

Onbekend dus onbemind? Waardering van de getallen 1 tot en met 100¹

Marisca Milikowski² en Jan J. Elshout

1. Inleiding

Het is bekend dat de toepassing van dikwijls gebruikte kennis geheel of gedeeltelijk automatisch verloopt. Het proces behoeft weinig besturing en is daarvoor ook slecht vatbaar. Er is een interne psychologische orde ontstaan die correspondeert met een bepaalde orde in de buitenwereld. Dergelijke mentale ordeningen van een zekere omvang en complexiteit noemt men ook wel expertise. Rekenvaardigheid is zo'n vorm van expertise, en wel een waarover in ontwikkelde samenlevingen vrijwel elk individu in enige mate beschikt. De eenvoudige numerieke combinaties worden in de loop van het basisonderwijs geautomatiseerd, waardoor ook het maken van grotere en moeilijkere opgaven binnen bereik komt.

In de meeste modellen van geautomatiseerde rekenkennis is de 'som' de elementaire bouwsteen. Bepaalde combinaties ($1+1$, $3*7$) worden verbonden met een bepaald antwoord; de band wordt steeds hechter en het aantal verbindingen steeds groter. Een recent model voor het ontstaan van automatische rekenkennis is dat van Siegler (1988,1989), waarin de automatismen worden opgebouwd gedurende een leerproces van tellen en rekenen. Het juiste antwoord krijgt een steeds sterkere associatieve band met de opgave en wordt op den duur gedachteloos geproduceerd.

De expertise van de gemiddelde rekenaar beperkt zich echter niet tot de automatische toepassing van getalscombinaties. Door herhaald gebruik van een getal in verschillende contexten ontstaat kennis over dat getal als zodanig. Het getal doet zich gelden als gemeenschappelijk element van de verschillende toepassing. Het getal laat zich dan bestuderen als begrip, als concept. Dat laatste is wat in ons project gebeurt: het onderzoeken van de verbanden tussen rekenvaardigheid en getalskennis.

In een vorig jaar op de de ORD gepresenteerde paper brachten wij verslag uit van een experiment waarin de 'associatieve rijkdom' (ofwel 'meaningfulness' volgens Noble (1963)) van verschillende categorieën getallen werd onderzocht. Duidelijk werd dat formele eigenschappen als deelbaarheid en grootte goede voorspellers zijn van psychologische

¹ In: ORD'91. Onderwijsleerprocessen, van B.H.A.M. Wolters, L.F.W de Klerk (Red), Amsterdam 1991

² Huidig adres: Rekencentrale, Bredeweg 13,1098BL Amsterdam marisca@rekencentrale.nl

'meaningfulness' van een getal. Tientallen leveren meer associaties op dan priemgetallen, en kleine getallen meer dan grote. (Zie Elshout en Milikowski, 1990). Hoe kleiner en 'doorzichtiger' het getal, des te sterker zijn mentale representatie.

Ervaring met getallen beperkt zich echter niet tot rekenen. Gokken, wedden, raden; ook bij dergelijke activiteiten spelen getallen een rol. Mensen houden er bepaalde voorkeuren op na; de meeste kinderen hebben een lievelingsgetal. De vraag is nu: op welke gronden vormt zich zo'n affectief oordeel? Is de gevoelsmatige waardering van een getal voorspelbaar en zo ja, welke zijn dan de relevante kenmerken?

Om dit te onderzoeken hebben wij gebruik gemaakt van de Semantische Differentiaal. Dit door Charles E. Osgood ontwikkelde instrument (zie Osgood, Suci en Tannenbaum, 1957) gaat uit van een bij alle mensen aanwezige 'semantische ruimte' die drie overheersende dimensies kent: 'evaluation', 'potency' en 'activity'. Welke plaats een begrip in deze ruimte inneemt moet blijken uit zijn scores op de semantische differentiaal. De drie genoemde dimensies wordt hierop vertegenwoordigd door een of meer schalen, die bi-polair zijn en meestal zeven schaalpunten kennen. Proefpersonen moeten het begrip op elk van de schalen scoren en bepalen zo de 'connotatieve betekenis' ervan. De Semantische Differentiaal werd in de jaren zestig veel gebruikt en is toen ook, in het kader van een omvangrijk project, intercultureel getandaardiseerd. Jansen en Smolenaars (1967) hebben een Nederlandse versie ontwikkeld.

Met het hier te beschrijven experiment willen wij een aantal vragen trachten te beantwoorden. Ten eerste: laten getallen zich vatten in de drie dimensies van de semantische differentiaal? Ten tweede: is de connotatieve betekenis van de getallen (gevormd door hun scores op de drie dimensies) voorspelbaar vanuit hun formele numerieke eigenschappen, en zo ja, welke eigenschappen zijn het dan die in onze ogen een getal meer of minder aangenaam, sterk en actief maken? Voorts: door invulling van de semantische differentiaal geven de proefpersonen een expliciet waardeoordeel over een getal. Hoe verhoudt zich dit tot de sterkte van representatie zoals gemeten in een associatie-experiment en uitgedrukt in de m-score (aantal associaties binnen bepaald tijdsbestek)?

2. Onderzoeksopzet

Het experiment werd uitgevoerd gedurende de testweek, waaraan alle eerstejaars studenten psychologie aan de universiteit van Amsterdam in het kader van hun studieverplichtingen deelnemen. Alle getallen 1 tot en met 100 werden in het beoordelingsexperiment betrokken. 450 Personen kregen elk tien van deze getallen te scoren op twaalf schalen. Elk getal werd dus door omstreeks 45 beoordelaars gescoord. Gewerkt werd met de door Jansen en Smolenaars (1967) voor Nederland ontwikkelde versie van de semantische differentiaal. De factor 'evaluation' wordt hierin vertegenwoordigd door de schalen: prettig-naar; aardig-

onaardig; goed-slecht en gelukkig-ongelukkig. De factor 'potency' wordt vertegenwoordigd door de schalen: sterk-zwak; groot-klein; hard-zacht en zwaar-licht. De factor 'activity' wordt vertegenwoordigd door de schalen: boeiend-saai; vlug-langzaam; actief -passief en snel opgewonden-kalm. Elke schaal kent zeven schaalpunten. In dit experiment was per getal (dus per twaalf schalen) ongeveer een minuut beschikbaar.

3. Resultaten

3.1 Schalen en factoren

Voor ieder getal is, door te middelen over proefpersonen, een score op elk der twaalf schalen vastgesteld. De aldus verkregen matrix van honderd bij twaalf is gebruikt voor het berekenen van correlaties en het verrichten van factor analyse.

Tabel 1:

Intercorrelaties van alle twaalf schalen.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1.prettig	1	.88	.9	.89	.72	.04	-.51	-.33	.75	.55	.7	-.14
2.aardig	.88	1	.87	.86	.64	.04	-.52	-.32	.72	.57	.64	-.09
3.goed	.9	.87	1	.88	.65	.16	-.5	-.22	.67	.45	.6	-.24
4.gelukkig	.89	.86	.88	1	.65	-.00	-.52	-.37	.7	.57	.66	-.09
5.sterk	.72	.64	.65	.65	1	.36	-.05	.11	.71	.43	.6	-.02
6.groot	.04	.04	.16	-.00	.36	1	.21	.74	.19	-.4	-.21	-.42
7.hard	-.51	-.52	-.5	-.52	-.05	.21	1	.44	-.22	-.11	-.12	.34
8.zwaar	-.33	-.32	-.22	-.37	.11	.74	.44	1	-.12	-.57	-.41	-.29
9.boeiend	.75	.72	.67	.7	.71	.19	-.22	-.12	1	.57	.66	.11
10.vlug	.55	.57	.45	.57	.43	-.4	-.11	-.57	.57	1	.83	.53
11.actief	.7	.64	.6	.66	.6	-.21	-.12	-.41	.66	.83	1	.45
12.snopg*	-.14	-.09	-.24	-.09	-.02	-.42	.34	-.29	.11	.53	.45	1

* snel opgewonden

Bij bestudering van tabel 1, die een overzicht geeft van de intercorrelaties tussen de twaalf gebruikte schalen, valt een aantal dingen op. De eerste vier schalen, waarop de factor 'evaluation' zich volgens plan laat meten, zijn onderling zeer hoog gecorreleerd (de correlaties variëren van .86 tot .90). Een 'goed' getal is blijkbaar tevens aardig, prettig en gelukkig. Van de schalen 5 tot en met 8, waarop de factor 'potency' zich zou moeten manifesteren, zijn alleen 'zwaar' en 'groot' onderling vrij hoog gecorreleerd (nl .74). De

schalen 'hard' en 'sterk' hebben hogere (resp. positieve en negatieve) correlaties met de 'evaluation'-schalen dan met 'groot' en 'zwaar'. 'Hard' en 'sterk' zijn bovendien onderling ongecorrleerd (.05). Wat, tenslotte, de vier laatste schalen betreft moeten we constateren dat de schaal 'boeiend-saai' zich gedraagt als een zoveelste 'evaluation'-schaal. (Correlaties van rond de .70 met de schalen een tot en met vier). 'Vlug' en 'actief' zijn weliswaar onderling hoog gecorreleerd, maar dragen toch ook veel 'evaluation' in zich. (Intercorrelaties lopend van .45 tussen 'goed en 'vlug' tot .70 tussen 'prettig' en 'actief'). Alleen schaal 'snel opgewonden - kalm' is vrij van evaluation. De correlatie met 'boeiend-saai' is dan ook vrijwel afwezig; die met 'vlug-langzaam' (.53) en 'actief-passief' (.45) zijn in elk geval hoger dan met enige overige schaal. De resultaten van de vervolgens uitgevoerde factor-analyse sluiten op deze bevindingen zeer goed aan, zoals tabel 2 laat zien.

Tabel 2:

Factorloadingen van de twaalf schalen op drie factoren na orthogonale transformatie.

	factor 1	factor 2	factor 3
prettig-naar	.95	-.15	-.11
aardig-onaardig	.91	-.17	-.10
goed-slecht	.91	-.06	-.22
gelukkig-ongelukkig	.91	-.21	-.10
sterk-zwak	.80	.34	.17
groot-klein	.16	.85	-.23
hard-zacht	-.40	.48	.54
zwaar-licht	-.21	.89	-.10
boeiend-saai	.82	.08	.18
vlug-langzaam	.60	-.43	.57
actief-passief	.74	-.24	.52
snel opg.-kalm	-.07	-.26	.82

De resultaten van de verrichte factoranalyse, zoals afgedrukt in tabel 2, ondersteunen onze eerdere bevindingen. De patronen in de scores worden verklaard door drie factoren. De eerste factor is een evaluatieve, waarop de als zodanig bedoelde schalen het sterkst laden (.91 of hoger), hoewel 'sterk', 'boeiend' en 'actief' eveneens veel 'evaluation' in zich dragen. De tweede factor is onmiskenbaar 'potency': de schalen 'groot' en 'zwaar' laden hierop het sterkst (resp. .85 en .89). De derde factor drukt zich eigenlijk alleen bevredigend uit op de schaal 'snel opgewonden-kalm', met een factorlading van .82. 'Vlug' en 'actief' laden ook op

deze factor, maar minder dan op de evaluatieve. Het scorepatroon op de 'hard-zacht'- schaal ontleent ook het nodige aan deze derde factor -maar dat doet het ook aan de factoren een en twee.

3.2 Hoog en laag scorende getallen

Welke getalskenmerken zijn verbonden met de drie gevonden dimensies? Laten we eens kijken naar de hoog- en laagscorders op drie zeer typerende schalen: de 'goed-slecht'-schaal (evaluation), de 'zwaar-licht'-schaal (potency) en de 'snel opgewonden-kalm'-schaal (activity). De tabellen 3, 4 en 5 geven de twaalf winnaars en de twaalf verliezers op elk van deze drie schalen.

Tabel 3

De twaalf winnaars en de twaalf verliezers op de schaal 'goed-slecht.' De twaalf beste en de twaalf slechtste getallen. De eerste kolom geeft de schaalpositie aan. In de tweede en derde kolom staan de getallen die deze posities innemen..

rangnr	goed	slecht
1	10	67
2	100	53
3	36	43
4	8	29
5	24	59
6	66	13
7	16	17
8	4	39
9	1	51
10	88	41
11	21	93
12	12	37

Goede getallen zijn getallen waarmee het prettig en gemakkelijk rekenen is, zo blijkt uit tabel 3. Deelbaarheid is blijkbaar een goede eigenschap. Behalve 1 en 21 zijn alle winnende getallen bovendien even. Het zijn veelvouden en/of machten van 2, 4 en 6, van 10 en van 12. Twee even veelvouden van 11 scoren ook hoog. Onder de winnaars op deze schaal bevinden zich enige veelgebruikte eenheden van onze tijd- en geldrekening: dubbeltjes, guldens, dagen en etmalen zijn hier vertegenwoordigd.

Met de slechte getallen komen we in heel ander gezelschap. Met deze getallen is het moeilijk werken. De meeste laten zich ondanks hun forse omvang niet delen en als ze dat wel doen ontstaat opnieuw een priemgetal: 13 en 17 zijn ook in 37 en 51 weer aanwezig. Ze zijn alle oneven. Het zijn ondoordringbare, slecht hanteerbare getallen. Oninteressant zijn ze bovendien, zo leert raadpleging van het getallenwoordenboek van David Wells (1987). Van onze 'slechten' moet de helft het stellen zonder vermelding in dit woordenboek voor 'eigenaardige en merkwaardige getallen'. Zij zijn daarmee als categorie zwaar oververtegenwoordigd in de bij Wells ontbrekende: van alle getallen 0 tot en met 100 worden er tachtig wèl de moeite van het vermelden waard gevonden. Van de twaalf 'goeden' ontbreekt er in dit boek niet een.

De scores op de schaal 'zwaar-licht' vrij sterk (nl .72) correleren met de objectieve grootte van de betrokken getallen. (Zie tabel 6). Dat het toch om verschillende maten gaat, blijkt uit de tabel van winnaars en verliezers. Bijvoorbeeld: het getal 87 is significant 'zwaarder' dan 96, terwijl 22 beduidend 'lichter' is dan 5.

Tabel 4

Winnaars en verliezers op de schaal 'zwaar-licht'. De twaalf zwaarste en de twaalf lichtste getallen.

rang	zwaar	licht
1	87	22
2	83	4
3	100	20
4	67	11
5	75	3
6	58	21
7	92	7
8	93	15
9	78	5
10	65	38
11	96	16
12	94	2

Laten wij tenslotte eens kijken naar tabel 5, met de hoog-en laagscorders op de schaal 'snel opgewonden-kalm' die hier de dimensie 'activity' vertegenwoordigt. Dertien blijkt het 'snelst opgewonden' getal te zijn. Dit karakteriseert de dimensie die deze schaal blijkbaar vertegenwoordigt: de emotionele. Hier gaan getallen op kop die hun betekenis vooral ontlenuen aan andere domeinen dan het rekenen. De getallen 3, 7 en 13 staan in de Winkler

Prins tevens te boek als heilige getallen; aan 3, 7 en 9 worden volgens deze zelfde bron bovendien sinds mensenheugenis magische eigenschappen toegeschreven. Dat 13 het ongeluksgetal is weet iedereen. Er bestaat, zo meldt Wells in zijn getallenwoordenboek, zelfs een (uit het Grieks afkomstig) woord voor de angst voor het getal dertien: tristaidekafobie. Elf is het 'gekkengetal' en tevens, volgens de WP, 'het getal van zonde en onmatigheid'. 1 wordt slechts genoemd als 'het getal van God', maar ook buiten het christendom heeft het begrip 'eenheid' betekenis. Wat het op het oog prozaische 28 in dit rijtje doet? 28 dagen is de omlooptijd van de maan en de duur van de vrouwelijke cyclus.

Interessant is dat alle in onze verzameling aanwezige machten van 3 (dat zijn 3, 9, 27 en 81) tot de snelst opgewonden getallen behoren. (Vergelijk daarmee eens de 'goede' getallen waaronder zich vooral machten van 2 bevinden). De dimensie 'activity' zoals ze zich uitdrukt in deze schaal is zoals we al opmerkten blijktens tabel 6 verbonden met onevenheid. (een correlatie van .48).

En de kalme getallen? Om te beginnen zijn ze allemaal even. Daarbij zijn de meeste ook groot (zie ook tabel 6: 'getal' en 'snel opgewonden' correleren .38). Vierkant, degelijk, niet uit hun evenwicht te brengen; zo zouden wij de hoogscoorders op 'kalm' willen karakteriseren. Van de eencijferige getallen is het getal 6 het kalmst, (zes in het kwadraat en zestig zijn ook zeer kalm) dan 4, dan 8. Het getal 2 is kalm noch opgewonden; het bevindt zich op deze schaal in een middenpositie (de 49ste plaats).

Tabel 5

Winnaars en verliezers op de schaal 'snel opgewonden-kalm'. De twaalf snelst opgewonden en de twaalf kalmste getallen.

score	snel opg..	kalm
1	13	80
2	9	82
3	81	36
4	1	60
5	15	88
6	11	6
7	28	84
8	7	70
9	33	72
10	3	40
11	27	20
12	69	98

Tenslotte willen wij hier wijzen op een verband dat blijkt uit tabel 6 bestaat tussen de score van een getal op de 'goed-slecht' schaal en zijn m-score (Zie Noble, 1963). De 'm' staat hier voor 'meaningfulness' in de zin van aantal door dit getal opgeroepen associaties. In een vorig experiment bepaalden wij van elk van de hier besproken getallen een m-score (Elshout en Milikowski, 1990). Men bekijkt tabel 6: M-score en 'goed'-score blijken .46 gecorreleerd te zijn. Nog een opmerking over deze tabel: zoals wij al mochten verwachten op grond van de lijsten winnaars en verliezers is er ook een verband tussen de eigenschappen even en 'goed'. Deze correlatie is .53. ('Snel opgewonden' daarentegen is een oneven eigenschap. De correlatie is -.48).

Tabel 6

Correlaties tussen de drie gebruikte schalen van de semantische differentiaal en een viertal andere maten.

1	2	3	4	5	6	7	
1.getal*	1	-.372	-.653	.017	-.114	.716	-.379
2.m-score*	-.372	1	.498	.181	.456	-.385	.038
3.p-score*	-.653	.498	1	.138	.441	-.489	.199
4.evenheid*	.017	.181	.138	1	.529	-.04	-.482
5.goed	-.114	.456	.441	.529	1	-.216	-.243
6.zwaar	.716	-.385	-.489	-.04	-.216	1	-.295
7.snop**	-.379	.038	.199	-.482	-.243	-.295	1

*"Getal" is het getal: een pure numerieke grootte dus. P-score staat voor de frequentie waarmee het getal in een eerder experiment als associatie voorkwam. M-score staat voor het aantal associaties dat het getal oproept. Evenheid is een dichotome maat: even of niet.

** snel opgewonden

3.3 Betrouwbaarheid

Hoe groot is de kans dat herhaling van dit experiment een zelfde uitkomst oplevert? We hebben voor elk van de drie gebruikte schalen de betrouwbaarheid van de uitkomsten berekend. De alfa's zijn .81 voor 'goed-slecht', .93 voor 'zwaar-licht' en .53 voor 'snel opgewonden-kalm'. Deze laatste coëfficiënt vonden wij verontrustend laag. Daarom hebben we tevens de betrouwbaarheden van de tot verzamelingen winnaars en verliezers gereduceerde schalen berekend, dus voor 24 getallen op elke schaal. Voor de schaal 'snel opgewonden- kalm' kunnen we nu een acceptabele alfa van .83 noteren. De alfa van 'goed-slecht' stijgt tot .93. Die van 'zwaar-licht' verandert niet. (nu .91, was .93).

4. Conclusies

De in de inleiding gestelde vragen laten zich aan de hand van de hierboven beschreven resultaten goed beantwoorden. Het antwoord op de eerste vraag : laten getallen zich beschrijven in termen van de drie dimensies van de semantische differentiaal, is ja. De semantische dimensies 'evaluation', 'potency' en 'activity' zijn ook in de betekenis van getallen aanwezig. Hierbij dient te worden aangetekend dat wellicht niet alle getallen zich even betrouwbaar op alle dimensies laten schalen.

Welke getalseigenschappen komen tot uitdrukking op de semantische differentiaal? In de eerste plaats natuurlijk grootte: de connotatieve betekenis van deze dimensie verdwijnt bij getallen gemakkelijk onder de denotatieve. Het is dan ook geen wonder dat op deze dimensie alle onderzochte getallen zich zeer betrouwbaar laten schalen. De tweede, evaluatieve, dimensie vertegenwoordigt bij getallen vooral doorzichtigheid, symmetrie en rekengemak. Ook op deze dimensie zijn de gebruikte getallen betrouwbaar te schalen. Op de derde dimensie, die bij Osgood 'activity' heet, manifesteert zich in ons experiment de symboliek van het getal. Het is de sprookjesdimensie: magische eigenschappen komen hierop tot gelding. Het is mogelijk dat niet alle getallen deze dimensie kennen; in ons onderzoek laat alleen een deelverzameling zich betrouwbaar hierop schalen. Dit kan echter ook het gevolg zijn van een verkeerde keuze van termen. Begrippenparen als 'grillig-voorspelbaar', 'betrouwbaar-onbetrouwbaar', 'solide-speels' en 'vals-braaf' lenen zich wellicht beter dan sommige door ons gebruikte termen als vertegenwoordigers van de dimensie 'activity'.

5. Literatuur

- Elshout J.J. en Milikowski M. (1990). De produktie van geautomatiseerde rekenkennis. M.Boekaerts en E de Corte (Eds.), ORD 1990, Onderwijsleerprocessen. Nijmegen: ITS.
- Jansen M.J & Smolenaars A.J. (1967) A short report on an interculturally standardized semantic differential. European results. Acta Psychologica 26, 209-215.
- Noble C.E (1963). Meaningfulness and familiarity. In: Cofer, CN. & Musgrave BS (Eds), Verbal behavior and learning: problems and processes. New York: McGraw-Hill.
- Osgood C.E, Suci, G.J & Tannenbaum, P.H. (1957). The measurement of meaning. Urbana: University of Illinois Press.
- Siegler R.S (1988). Strategy choice procedures and the development of multiplication skills. Journal of experimental psychology: general, 117, 258-175
- Siegler RS (1989). Mechanisms of cognitive development. Annual Review of psychology 1989, 40: 353-379.
- Wells, D. (1987). Woordenboek van eigenaardige en merkwaardige getallen. Amsterdam: Bert Bakker.