Pleidooi voor de tafels

Marisca Milikowski

Dit stuk is een pleidooi voor een steviger aanpak van het leren van de tafels. Het bestaat uit drie delen. In het eerste gedeelte geef ik een beschrijving van mijn eigen aanpak, en van de daarbij geboekte resultaten. In het tweede deel bespreek ik de plaats van de tafels in de rekendidactiek. In het derde deel bespreek ik de rol van feitenkennis en feiten leren in de intellectuele ontwikkeling.

1. De cursus.

De Kaap zetelt in een oud schoolgebouw in de Amsterdamse Transvaalbuurt. Het is een rustige school, waar op elke verdieping plakkaten hangen met gedragsregels: ik stamp niet op de trappen, ik ren niet door de gangen. Zo is het maar net. Eerder was ik op een school waar naar hartelust gestampt, gerend en gesprongen werd en voor ik de meute stil had waren tien van de dertig minuten lestijd verdwenen. Hier op de Kaap is een half uur les ook inderdaad een half uur leren. Hoera.

De les begint om kwart over negen en ik ben er wat eerder om tafels goed neer te zetten en de blaadjes alvast ut te delen. We zitten in de vergaderkamer van de school, een klaslokaal op de eerste verdieping. De tafels vormen een aansluitende kring. Ik werk met tien kinderen, en voor elk is er een eigen tafel. Ook dat geeft rust.

Over kwart over negen komen ze binnen, mijn cursisten uit de groepen 6 en 7. “Juf, ik heb de tafel van 8 geoefend!” Goed zo Ayscha, je krijgt zo meteen een beurt. “Juf, ik heb m’n map niet bij me!” Hindert niet, Abdel, ik heb hier blaadjes genoeg. Hasna en Mare zijn samen aan een tafel gaan zitten maar dat mag dus niet. Je mag alleen gaan zitten waar ik de blaadjes heb neergelegd en dat is met ruimte ertussen. Kom op meiden, uit elkaar. Dan kunnen we beginnen.

De eerste tien minuten doen we mondeling. Ayscha mag laten horen hoe snel ze de tafel van 8 kan opzeggen. Vorige week liep ze daarin nog vast. En nu? Ik pak de stopwatch erbij. Begin maar Ayscha. Bij haar eerste klanken druk ik in. Geweldig Ayscha, 20 seconden! Probeer het nog eens. Wat was 7 x 8 ook weer? Want daar ging het tempo nog even omlaag. OK, 56. Dus daar hoef je nu niet meer te aarzelen.

Stopwatch op nul, ja, begin maar. En dit keer is het 17 seconden. De tafel van 8 is binnen.

Sammy Jo geef ik een beurt met sommen door elkaar. Doe het tweede rijtje eens, Sammy Jo. In dat rijtje van tien sommen staat 9 x 7, en Sammy Jo zegt zonder aarzeling 63. Goed, en hoe schrijf je dat? Ze lacht. Eerst de 6 en dan de 3. Juist. Sammy Jo heeft last van ‘omdraaien’, wat niet vreemd is gezien onze omgedraaide (van rechts naar links lopende) uitspreekvorm. Meer kinderen hebben daar last van. Op de school voor speciaal onderwijs waar ik twee dagen in de week werk ben ik er al tientallen tegengekomen. Het is niet gek, maar wel een punt van ernstige aandacht. Je wilt immers niet dat mondelinge informatie over zesendertig in het geheugen geboekt wordt onder drieënzestig en omgekeerd. Dan wordt het een zootje in zo’n hoofd.

“Mag ik de tafel van 9?” Ja hoor, prima, en jij Siham, kun jij de tafel van 4 nog eens doen?

Als overgang van de mondelinge beurten naar het schriftelijke werk schrijf ik dit keer de criteria voor de diploma’s nog eens op het bord. Eerst het *A-diploma*: de tafels zelf, dat wil zeggen de sommen in serie. Hoe snel moest het ook weer? Twintig seconden juf. Juist. En hoeveel seconden zitten er in een minuut? Zestig, inderdaad. Dus hoeveel keer kun je zo’n tafel dan doen in een minuut? Dit type vragen – de redactiesom, dus - leidt altijd even tot verwarring. Wat moet je dan ook weer doen, met die getallen? Een of twee kinderen weten het meteen, maar de meesten hebben aanvankelijk een steuntje nodig: hoe vaak past twintig in zestig? Juist, drie keer. En dus? Drie tafels binnen een minuut, zo is het. Ik toets dat soms ook schriftelijk, met drie maal dezelfde tafel naast elkaar geprint en een maaktijd van een minuut. Voor kinderen die wat langzaam uit hun woorden komen is dat wel zo prettig.

Het tafeldiploma B – keersommen door elkaar - kun je halen op verschillende niveau’s, en bij elk niveau hoort een gekleurde sticker. Eerst rood, dan geel, dan blauw. De stickers zijn rechthoekig en ze passen onder elkaar als bij een vlag. De bovenste baan, rood, krijg je als je in onze vaste rekentijd van 3,5 minuut vijftig sommen goed maakt. Je zit dan op een tempo van ongeveer vijftien per minuut. De gele sticker haal je bij een score van 70 (twintig per minuut) en de blauwe bij een score van 100 (dertig per minuut). Dan heb je je blaadje vol, en daarmee de vlag compleet. Twee seconden gemiddeld per som is dus het streven.

En met dat streven gaan we vandaag weer aan de slag. De blaadjes - met aan beide kanten 100 sommen - liggen al lang klaar en het was voor sommigen weer eens moeilijk om eraf te blijven. ‘Juf, Anderson heeft stiekem al sommen gemaakt!’ Laat eens zien, jongen. Jawel, vijf stuks zijn ingevuld. Ik zet –5 op z’n blaadje. Nog andere smokkelaars? Blijkbaar niet.

Goed. Ga allemaal maar klaar zitten. Leg de keersommen voor je. Heeft iedereen z’n naam ingevuld? Zacharia nog niet. Kom op Zacharia, snel even je naam op dat papier, anders weet ik niet van wie die mooie sommen zijn. En dan gaan we nu beginnen. Potlood of pen in de aanslag. Een twee, start! En daar gaan ze dan, zo hard als ze kunnen. Voor de meesten is dat al behoorlijk hard. De potloden vliegen over het papier. De meesten zullen straks in hun tabel weer een hogere score kunnen noteren.

Na 3,5 minuut geef ik het stopsein. Pennen uit de hand mensen. Ja ook jij Siham. De tijd is om. Hoe laat is het? Dan hebben we nog net gelegenheid om ook de deelsommen nog even te doen. Margio, dat is jouw specialisme. Zet hem op.

Als de kinderen naar hun klas zijn kijk ik snel de blaadjes na. Heeft Sammy Jo de 36’s en 63’s nu op orde? Een maal staat het er nog fout maar bij een score van meer dan 100 reken ik haar dat niet aan. Zacharia verwisselt 54 en 56. Zal ik volgende keer bij z’n mondeling beurt nog eens aansnijden. Die twee getallen op het bord schrijven en vragen welke sommen erbij horen. Siham maakt nog steeds veel fouten, al gaat ze vooruit. Getallen lijden bij haar zwaar aan betekenisloosheid; een echte handicap. Verder is het aantal fouten zeer gering. Ik noteer hun scores onderop op hun blaadjes (aantal goed/ aantal fout) en vul ze in op de formulieren in m’n map.

De blaadjes met genoteerde scores breng ik terug naar de twee klassen. Juf Daniëlle heeft van haar kids al gehoord hoe het ging. Chaina heeft voor het eerst 100 gescoord, heeft ze vernomen. Ja dat klopt, en bovendien had ze 0 fout, dus het is echt de volle 100. Dat is dus een vlag, Chaina. Een mooie prestatie, zegt Daniëlle. Ja, deze juf heeft ambities voor haar groep. De tafeltraining is bij haar geen moeten maar een mogen: je krijgt nu de kans om goed te worden. Goed word je door het steeds iets beter te doen. Kleine inzinkingen horen daar bij. Dat zie je aan de tabel van Chaina. Van 57 in de eerste ronde ging ze naar 70, 71, en 84. Daarna kwam een zwakkere week met scores van 73 en 71, waarop ze zich flink hernam: 85 vorige week, en vandaag dus de begeerde 100.

Op deze school heb ik vorig jaar driemaal een training gegeven. We begonnen met een klassikale tempotoets, en op basis daarvan beslisten de keerkrachten wie er voor de training in aanmerkingen kwamen. Daar zaten echte uitvallers bij (met een score

van 10 per minuut of minder) maar ook kinderen die hun rekenen kennelijk belemmerd werden door het niet écht uit hun hoofd kennen van de tafelsommen. In de herfst (eerste ronde) werkte ik met een mix van de groepen 8 en 7, in de winter (tweede ronde) met een mix van 7 en 6 en in het voorjaar (derde ronde) met vooral 6de groepers. De trainingen duurden ongeveer tien weken.
Hieronder vat ik de resultaten samen.

Tabel 1. Begin en eindscores van drie trainingsgroepen op de Amsterdamse basisschool De Kaap. Het rekentempo is uitgedrukt in aantal sommen per minuut spm). De gepresenteerde spm-scores zijn de medianen van de groep in kwestie.

	Keersommen		Deelsommen	
	Begin	Eind	Begin	Eind
Herfstgroep (n=10)	12	25	12	19
Wintergroep (n = 10)	13	33	12	27
Voorjaarsgroep (n = 10)	16	29	16	26

Deze cijfers spreken duidelijk taal. Het mediane tempo is bij de keersommen door de bank genomen verdubbeld. De vooruitgang bij de deelsommen is ook aanzienlijk. Deze aanpak levert dus resultaten op.
Toch zal dit niet iedereen overtuigen van de wenselijkheid ervan. Ik ken de bezwaren: het is mechanisch en daarom niet goed. In de volgende paragrafen neem ik de verdediging ter hand. Eerst kijk ik naar de alternatieven. Weet iemand een betere manier? Vervolgens bespreek ik de verhouding tussen rekenkunst en rekenkennis. Is het waar dat het mechanisch leren van de tafels kinderen als creatieve rekenaars bederft?

2. Kinderen die de tafels niet kennen

Wat gebeurt er in de hoofden van kinderen die de tafels niet kennen? In die hoofden dreigt het rekenen te stagneren. Dat geldt vooral voor de zwakkere broeders en zusters. Voor hen is elke keersom een klim. 7x2 is een doenlijke klim. 7x6 is een zware klim, met veel kans op uitglijden. 7x16 is een uitputtende klim, waaraan je maar liever niet begint. Goede rekenaars zijn flexibel. Ze maken handig gebruik van steunpunten en systeemeigenschappen, ze zoeken naar de voor hen best begaanbare weg. Ze kunnen hun antwoord ook toetsen aan een aantal criteria (kán de uitkomst wel zo groot zijn?) die voor hen vanzelfsprekend uit hun rekenkennis voortvloeien. Zwakke rekenaars zijn zwak in schatten en zwak in flexibiliteit. Herhaald optellen is iets dat ze begrijpen, maar hoe groter de vermenigvuldiging, hoe meer werk dat is. Een zwakke rekenaar die niet weet hoeveel 7x6 is kan 7x16 niet vermenigvuldigend uitrekenen. Want wat krijg je dan? Stel dat je het splitsend in 7x10 en 7x6 op zich wel begrijpt. Dan heb je dus die 70 snel te pakken. Maar je weet niet wat je daarbij op moet tellen. In theorie kun je opnieuw gaan splitsen, in 5x6 plus 2x6. In de praktijk is dat doorgaans te moeilijk. De splitsing zelf is te moeilijk, het onthouden en optellen van de drie uitkomsten is te zwaar. Het werkgeheugen crasht onder het gewicht van teveel getallen en teveel berekeningen.

De kritiek op de rekendidactiek van voor de realistische revolutie was dat het memoriseren van de tafels begon voor de kinderen goed en wel hadden begrepen en ervaren wat vermenigvuldigen nou eigenlijk was. In de woorden van Hans ter Heege (1985, p.19): “Door de tafels aan te bieden wil men tegelijkertijd begrip voor het vermenigvuldigen bijbrengen. Men slaat met andere woorden de brede en rijke begripsinbedding van het vermenigvuldigen over.” De tegenwoordige methoden maken die fout niet meer. Er is ruime aandacht voor de begripsinbedding en de kunst van het berekenen prevaleert lange tijd boven het kennen van de uitkomst. Maar er komt een moment waarop de verhoudingen zijn omgedraaid, en de kunst van het rekenen door een gebrek aan parate tafelkennis wordt geblokkeerd in plaats van bevorderd. Dat moment komt voor zwakke rekenaars logischerwijs vroeger dan voor sterke.

Hoe je het ook wendt of keert, aan het einde van groep 5 is het niet kennen van de tafelproducten een handicap geworden. Je wordt dan geacht tientallen en de getallen tussen 10 en 20 te kunnen vermenigvuldigen. Voorts word je geacht de tafelproducten vlot te kunnen delen. Hoe moet een kind de som 72 : 9 oplossen zonder parate tafelkennis? Dat kan maar op twee manieren. Of door 72 voorwerpen of andere eenheden te rangschikken in 9 kolommen of 9 rijen en uit te delen tot het op is. Ik heb een leerling gehad die dat graag deed, met paperclips. Hij telde eerst het gegeven aantal uit, helaas niet altijd goed. Vervolgens ging hij ze rangschikken in het gevraagde aantal kolommen, in casu 9. De rest legde hij rij voor rij onder die eerste 9 neer. Als je goed telt werkt dit perfect, maar het duurt wel lang. De tweede manier is: zoek 72 maar op in je tafelkaart. Hoeveel keer 9 is dat? Juist, 8 keer. En daar heb je dus het antwoord. De tafelkaart neemt dan de plaats in van wat, om écht te kunnen rekenen, in het eigen geheugen zou moeten zitten.

Didactische lacune

De stof voor groep 5 omvat twee grote thema's. Het eerste is de structuur van het getallendomein tot tienduizend. Daarin moeten de kinderen zich vlot leren bewegen. Ze moeten dus het positiestelsel en de bijbehoren plaatswaarden beheersen (wat is de 3 waard in 2391? Hoe spreek je dat getal uit? Wat krijg je als je er duizend bijdoet? Wat krijg je als je er tien bijdoet? Wat is meer waard, 2399 of 3291? Ze moeten vlot sommen leren maken waarin zulke waardeveranderingen zijn gerepresenteerd: 1850 - 30, 1850 – 600, 1850 – 630, en dergelijke. Kinderen die moeite hebben met het op orde houden van de verschillende positionele waarden hebben vaak baat bij een representatie in de vorm van geld: een kolom honderdjes, een kolom tientjes, en een kolom munten van een euro. Je kunt ze ook aanwennen om, bij twijfel, de getallen in kolommen onder elkaar te zetten in plaats van naast elkaar.

Het tweede grote thema is het vermenigvuldigen en delen. In groep 4 is al een begin gemaakt met het vermenigvuldigen. In groep 5 wordt het geïntensiveerd (meer opgaven) en uitgebreid (van 6 x 7 naar 6 x 70, 6 x 17 en 6 x 107). Het delen wordt geformaliseerd en volgt het vermenigvuldigen op niet al te grote afstand (van 18 : 6 naar 1800 : 6). De moeilijkheid van dit deel van de stof zit hem doorgaans minder in de uitbreiding naar tienvoudig en honderdvoudig dan in het kennen van de tafelproducten zelf. Wie de tafelproducten kent – en dus herkent bij deelsommen - heeft toegang tot patronen die voor de niet-kenner een gesloten boek zijn. Hoe kun je daarbij hulp bieden? De enige echt effectieve hulp is: zorgen dat ze die producten uit het hoofd gaan kennen. Anders gezegd: naast het beredeneerde verband moet ook een direct ervaren verband tussen de bewuste getallen ontstaan.

Maar hoe pak je dat aan?

De rekenmethodes pakken dat aan door veel oefenstof te bieden. Wie boek 5A van de Wereld in Getallen doorwerkt heeft aan het slot – afgezien van de toetsen en projecttaken - 1138 vermenigvuldigingen en deelsommen achter de kiezen. In deel 5B komen daar nog eens 1418 (dikwijls al enigszins complexe) keer- en deelsommen achteraan. Aan rekenopdrachten ontbreekt het dus niet. De vraag is echter of je door het maken van rekenopdrachten de tafelproducten in je hoofd krijgt. Het antwoord is: nee. Misschien dat het voor bepaalde sterke rekenaars zo werkt, maar de doorsnee leerling heeft behalve sommen ook oefeningen nodig die puur op het onthouden zijn gericht. Zulke uitgewerkte oefenprogramma's geeft de methode echter niet.

We zitten dus met de volgende combinatie van verschijnselen.

Ten eerste: elke didacticus beaamt het voorafgaande. Inderdaad, er moet gememoriseerd worden, zegt De Wereld in Getallen, zegt het TAL-team, zegt Goffree, zegt Ter Heege – zegt kortom iedere rekenspecialist: de tafels moeten aan het einde van groep 5 worden gekend en vlot uit het geheugen oproepbaar zijn.

Ten tweede: niemand vertelt hoe.

Voor mij ligt het overigens uitstekende boek van het TAL-team, 'Jonge kinderen leren rekenen'. Het leren vermenigvuldigen wordt besproken op de pagina's 59 tot en met 63 van het hoofdstuk Rekenen tot honderd voor de groepen 4 (en 5). De uiteenzetting begint met de gebruikelijke waarschuwing tegen het te vroeg, en dus mechanisch, automatiseren van de tafels. Kinderen moeten eerst ervaring opdoen met het vermenigvuldigen, schrijven de auteurs. Helemaal mee eens. Vervolgens komt een gedegen verhaal over hoe je dat het best organiseert: eerst tellend, dan structurerend en bekortend. En dan? Dan zitten de tafels er natuurlijk nog niet helemaal in, schrijven de auteurs. Er moet nog het een en ander worden ingeslepen en gememoriseerd. Daaraan moet in de groepen 4 en 5 gericht worden gewerkt.

Hoe pakt een mens dit aan? Dat meldt het hoofdstuk niet. Blijkbaar moeten de onderwijzers dat zelf maar verzinnen. De enige handreiking die ze krijgen is de mededeling dat de memoriseerfase dikwijls pas aan het einde van groep 5 kan worden afgesloten.

Verschillen tussen scholen en leerkrachten

Nu zou het in theorie zo kunnen zijn dat scholen hiervoor standaard een eigen programma hebben klaarliggen, en dus geen hulp van de rekendidactici nodig hebben. Dat zou dan moeten blijken uit het feit dat de tafelproducten er aan het eind van groep 5 inderdaad behoorlijk inzitten.

Hoe weten we of de basiscombinaties direct worden 'herkend' in plaats van berekend? De standaardnorm voor een geautomatiseerde beheersing, ook gegeven door Fred Goffree (1982), is twee seconden gemiddeld per som, oftewel 30 sommen per minuut. Duurt het langer, dan is de kans groot dat er nog gerekend wordt. Volgens de auteurs van de Wereld in Getallen moet aan het einde van groep 4 een tempo van 15 tot 20 keersommen gemiddeld per minuut zijn bereikt. In de loop van groep 5 moet het memoriseren van de tafelproducten worden voltooid. Maar in hoeverre slagen scholen en onderwijzers erin om aan die eisen te voldoen? Dat blijkt per school en groep nogal te verschillen.

Ter illustratie geef ik hier de uitkomsten van twee peilingen: het grote DLE-normeringsonderzoek van Tije de Vos, en een eigen onderzoek van tien jaar later. In april 1992 liet Tije de Vos zijn Tempotest afnemen in de groepen 3 t/m 5 van meer dan vijftig scholen. In maart en juni van 2002 nam ik de door ons ontwikkelde Tempotoets af in de groepen 5 tot en met 8 van twee vrij grote basisscholen, de eerste in Amsterdam en de tweede in Zaandam. Ik geef ze hier een gefingeerde naam: de Amsterdamse school noem ik de Van Swindenschool, de Zaandamse de Tuinschool. Beide scholen tellen 40 tot 50 kinderen per leerjaar. Ik beperk de weergave van de resultaten hier tot de gemiddelden op het onderdeel vermenigvuldigen. De gemelde scores staan ook ditmaal voor aantallen goed gemaakte sommen per minuut (spm).

Tabel 2. Gemiddeld aantal goed gemaakte keersommen per minuut (spm) bij De Vos (1992) en op twee basisscholen onderzocht door de Rekencentrale in 2002.

	De Vos	Swindenschool	Tuinschool
Groep 5	16	14	13
Groep 6	20	19	18
Groep 7	24	28	19
Groep 8	27	32	27

Opvallend in tabel 2 zijn de verschillen tussen scholen en tussen jaargroepen. De geleidelijkheid van de toename die men ziet bij De Vos is kennelijk een effect van het middelen over grote aantallen. In zijn handleiding wijst De Vos (1992, p. 19) daar ook op: er zouden ‘schokkende zaken’ te melden zijn over de spreiding van de scores, maar dat doet hij op die plek liever niet. De cijfers van de twee afzonderlijke scholen brengen in elk geval opmerkelijke verschillen aan het licht, zowel tussen de scholen onderling als tussen jaargroepen op die scholen. De Van Swindenschool scoort in de bovenbouw veel en veel beter dan de Tuinschool. Wat kan daar de oorzaak van zijn? De Van Swindenschool is een zwarte volksschool, de Tuinschool is gemengd en minder volks – dus aan de populatie kan het niet liggen. Beide scholen gebruiken een realistische rekenmethode (Wereld in Getallen en Pluspunt), dus de didactiek van de methode kan ook de grote verschillen niet verklaren. Daar komt nog iets bij: op beide scholen zie je een plotselinge sprong tussen jaargroepen. Op Van Swindenschool wordt die sprong gemaakt tussen de groepen 6 en 7, op school de Tuinschool tussen de groepen 7 en 8. Dit alles bij elkaar doet vermoeden dat de verschillen vooral zijn ontstaan doordat de ene leerkracht ‘er harder aan trekt’ dan de andere, en dat de ene school dat ‘harder trekken’ meer stimuleert dan de andere. Een kwestie van schoolbeleid dus, en van individueel initiatief van de leerkracht.

Prestatieniveaus

Opvallend is ook hoeveel leerlingen achterblijven bij de norm. Immers: het gemiddelde is niet de score van elke leerling. Wat dat betreft zit het score patroon opmerkelijk voorspelbaar in elkaar. In de meeste groepen is de gemiddelde score gelijk aan de mediaan, dat wil zeggen aan de score die precies in het midden ligt. In de overige groepen is het verschil een punt. Dat betekent dat de gemiddelden een groep vrij netjes in tweeën delen. Er zijn evenveel kinderen die erboven als die er onder zitten. Een gemiddelde van 20 sommen per minuut betekent dus niet dat ‘de groep’ al tot die prestatie in staat is. Dat kun je ook zien in tabel 3. Daarin groepeer ik de spm-scores van de individuele kinderen op beide scholen per jaargroep in vier prestatieniveaus.

Tabel 3. Verdeling van leerlingen, per jaargroep, over vier prestatieniveaus.

	< 15	15-19	20-29	≥30
Van Swinden				
groep 5	40%	45%	15%	0%
groep 6	30%	27%	39%	4%
groep 7	4%	9%	47%	40%
groep 8	2%	7%	40%	51%
Tuinschool				
groep 5	67 %	23%	10%	0%
groep 6	22%	35%	43%	0%
groep 7	33%	26%	26%	15%
groep 8	11%	16%	34%	39%

Laten we de vier prestatieniveaus eens van een evaluatieve naam voorzien. Ik stel voor: onvoldoende (<15), matig (15 t/m 19), voldoende tot ruim voldoende (20 t/m 29) en goed (30 en meer). Die namen zijn niet zo ver gezocht en sluiten goed aan bij de gangbare normen.

Wat we dan zien is dat op beide scholen tot en met groep 6 meer dan de helft van de leerlingen onvoldoende tot matig presteert op de tafels. We zien voorts dat er op Van Swindenschool vanaf groep 7 overwegend voldoende tot goed wordt gepresteerd, maar dat op de Tuinschool meer dan de helft van de 7de groepers en een kwart van de 8ste groepers deze basale stof nog altijd niet voldoende beheerst.

Het voorafgaande samenvattend kom ik tot de volgende punten. Het beheersen van de tafels is belangrijk om vlot te kunnen rekenen. Daarover zijn didactici en rekenmethoden het eens. Om de tafels goed te leren beheersen is het maken van sommen niet voldoende: er moet bewust en opzettelijk worden gememoriseerd. Dat dit moet gebeuren wordt door elke didacticus en elke methode gesteld; maar hoe het moet gebeuren blijft onuitgewerkt. Deze lacune in de huidige rekendidactiek wreekt zich tot en met de groepen 8 – en dus ook in het vervolgonderwijs.

3. De mentale organisatie van rekenvaardigheid

In het eerste deel van dit verhaal heb ik laten zien dat het euvel geheten ‘gebrek aan automatisering’ met een niet al te zware training van tien weken uit de wereld is te helpen. De temposcores van de trainingsgroepen gingen omhoog van gemiddeld 12 tot 16 (onvoldoende tot matig) naar gemiddeld ruim voldoende tot goed (25 tot 33).

Het kan dus wel, en bijzonder moeilijk is het niet. Wat weerhoudt leerkrachten er van om het ook zo aan te pakken? Oftewel: wat zijn de didactische obstakels? Op die vraag zoek ik een antwoord in het derde deel van dit artikel. Ik onderscheid twee soorten problemen: theoretisch en praktisch.

Van de twee problemen is het theoretische het belangrijkst. Immers: als de inspanning van het memoriseren van alle tafelproducten weinig nut heeft of zelfs schade doet is de praktische vraag niet relevant meer; dan beginnen we er gewoon liever niet aan. Het gaat dus allereerst om de vraag van de opbrengst in termen van rekenvaardigheid.

Dat die volgens mij aanzienlijk is heb ik in dit stuk al een aantal malen laten blijken. Maar zitten aan het leren van de tafels ook negatieve kanten? Nederlandse rekendidactici suggereren soms van wel. In de Nederlandse rekenliteratuur van de afgelopen decennia wordt een beeld neergezet van bloemen in de knop gebroken door tafelpraktijken uit het verleden. De eigen inventiviteit van de kinderen zou er door gedachteloos memoriseren van de tafels worden uitgestampt. Zo’n zienswijze heeft natuurlijk invloed op de praktijk. Als tafels leren schadelijk kan zijn voor de ontwikkeling van het denkend rekenen moet men daar erg voorzichtig mee zijn.

Als men goed leest gaat het in deze waarschuwing eigenlijk altijd over het te vroeg beginnen met memoriseren. Het leren van rijtjes vermenigvuldigingen mag niet in de plaats komen van het zelf doen en zelf nadenken, zo wordt op de keper beschouwd beweert. Met die stelling ben ik het van harte eens. De notie van tafels leren zonder begrip doet me denken aan mijn eerste algebrales als twaalfjarige. De leraar schreef op het bord: a + a = 2a, en blikte triomfantelijk de klas in: die zit! Van deze leraar heb ik niet veel opgestoken. Pas veel later, toen ik ‘a’ in verband kon brengen met het verschijnsel variabele, dat ik wel snapte, ontstond er tussen mij en dat vak weer wat contact. Met het idee dat voor zo’n stap in de abstractie de grond eerst rijp gemaakt moet worden ben ik het kortom volledig eens.

Waar ik het niet mee eens ben is de suggestie dat er een negatief verband tussen intelligent rekenen en tafelkennis zou bestaan. Niemand zégt dat met zoveel woorden, maar door de voorbeelden die worden opgevoerd zou je als lezer wel eens die indruk kunnen krijgen. De demonstraties zijn er meestal op gericht op aan te tonen dat je met weinig tafelkennis slim kunt opereren en met veel tafelkennis dom. Ook het hoofdstuk in het eerder gememoreerde TAL-boek 'jonge kinderen leren rekenen' lijdt aan dat euvel. Het hoofdstuk begint met twee negatieve voorbeelden: Kind A heeft de tafels tot en met 6 volledig gememoriseerd, maar weet of snapt niet dat je met die kennis ook kunt uitrekenen wat 3x7 is. Kind B kent alle tafels uit haar hoofd, maar beweert dat je niet kunt berekenen wat 12x6 is zonder dat eerst geleerd te hebben.

Deze dingen komen natuurlijk voor, maar komen ze vaker voor naarmate mensen beter de tafels kennen? Dat lijkt me niet aannemelijk. Toch kan de manier waarop de voorbeelden zijn gekozen die indruk wekken. Het 'slimme rekenen' verderop in het hoofdstuk wordt namelijk juist vertoond door kinderen zonder veel tafelkennis. Nu heeft dat een zekere logica: mensen die de uitkomst van een som meteen weten lenen zich niet voor een demonstratie van het slim berekenen van die som. Dat blijkt ook uit de voorbeelden in dat deel van het hoofdstuk dat over het – veel positiever beschreven - automatiseren van optellingen gaat. Hier zijn de weters juist de slimmerds, terwijl bij het vermenigvuldigen de glansrol voor de niet-weters is weggelegd. Waarom? Het lijkt me evident dat, bij een gelijke rekenintelligentie, kinderen die de tafels kennen in het voordeel zijn boven kinderen die ze niet kennen. De voorbeelden impliceren dat ook, al zeggen ze het niet. Immers: waarom zou je wel, de tafels tot en met 5 kennend, naar een oplossing van 6x7 kunnen redeneren maar niet, de tafels tot en met 9 kennend, naar een oplossing van 6x17 of moeilijker? Maar zulke expliciete demonstraties van het nut van takelkennis worden vrijwel nooit gegeven.

Veerkracht

Het begrip 'rekenintelligentie' speelt in mijn redenering een belangrijke rol. Ik doel daarmee op de natuurlijke aanleg voor de omgang met het verschijnsel kwantiteit waarmee het mensdom kennelijk is begiftigd. Zonder een vorm van aangeboren 'begrip' voor de materie is eigenlijk niet te verklaren dat kinderen zich in dit abstracte domein al op zo jonge leeftijd thuis kunnen gaan voelen. Over de onderbouwing van dat begrip in onze hersenen worden de laatste tijd veel interessante dingen ontdekt. Ik ga daar op deze plek niet verder op in; de liefhebbers verwijs ik naar het boek 'The Number Sense' van de wiskundige en neuropsycholoog Stanislas Dehaene (1997), en op zijn onderzoeksartikelen die – leve de moderne tijd! – vaak zo van het internet te plukken zijn (http://www.unicog.org/biblio/Author/DEHAENE-S.html).

Een systeem dat uit zichzelf structuur en orde aanbrengt in het rekenen is minder kwetsbaar, didactisch gesproken, dan een systeem dat alles expliciet moet krijgen voorgekauwd. Voor deze kennelijke 'resilience' of veerkracht van rekenende kinderen heeft Marja van den Heuvel-Panhuizen (2003) onlangs de aandacht gevraagd in een artikel over 'de leerparadox en het leerwonder'. Het is opmerkelijk, schrijft ze, hoe goed kinderen in het algemeen bestand zijn tegen fouten of rare capriolen van de leerkracht. 'In mathematics education, it seems almost as if they have a repair or compensation capacity; a kind of 'mathematical buffer' that protects them for instance from faulty explanations." (p.118) Met dat 'leerwonder' zouden we bij het ontwikkelen van rekenonderwijs meer rekening moeten houden, zo meent Van den Heuvel-Panhuizen. Misschien kan die notie van natuurlijke resilience de vrees voor bederf door de tafels ook wat relativeren. Het is geen realistische angst, en het is onproductief om er onderwijzers mee op te zadelen.

Ik vat samen: het kennen van de tafels exploiteert de voordelen van het tientallig stelsel en maakt, bij overigens gelijke begaafdheid, sterkere rekenprestaties mogelijk. Het rekenende brein is veel te veerkrachtig om van slag te raken door het memoriseren van een reeks vermenigvuldigingen.

Het is leuk om ergens goed in te zijn

Wat resteert is de niet erg theoretische maar didactisch zeer belangrijke vraag van het hoe en wanneer. Over het wanneer kan ik kort zijn. De 'tafeltraining' die ik in het eerste deel van dit artikel beschreef was bestemd voor uitvallers en relatieve uitvallers uit de groepen 8, 7 en 6. Dat de kinderen wat ouder en wijzer waren maakte het werk makkelijker. Ze hadden zelf ervaren dat hun gebrek aan tafelkennis het rekenen moeilijk maakte. Ze waren dus behoorlijk gemotiveerd om die sommen, die blijkbaar altijd maar terugkomen, nu eens stevig in hun hoofd te krijgen. Dat zou het rekenende leven immers een stuk lichter maken. Wat ik hiermee wil zeggen is dat een memoriseerprogramma in twee of meer ronden misschien geen gek idee is. De eerste ronde gaat gelijk op met het leren vermenigvuldigen in de groepen 4 en 5. Wie het dan nog niet of niet voldoende te pakken heeft krijgt een extra training in groep 6. Tijd vinden is moeilijk, maar met een groep waarin veel kinderen de tafels niet kennen verlies je op den duur meer tijd dan een gerichte training kost. Dat wordt ook benadrukt in de handleiding van de meeste methoden: de investering van het memoriseren betaalt zich dubbel en dwars terug.

De vraag naar het hoe wil ik inleiden met een citaat en besluiten met een herinnering. In een recent interview met De Volkskrant (13-11-2004) zegt de ontwikkelingspsycholoog Dolph Kohnstamm: ‘Volgens mij is de wil om te presteren de sleutel tot succes. Leer ze dat het leuk is om ergens goed in te zijn, of het nu broodbakken is of het genezen van mensen’. Dat lijkt mij een gezond idee, dat op de tafels volop van toepassing is. Hier hebben we te maken met een aspect van het rekenen waarin veel kinderen echt goed kunnen worden. Ook degenen die nooit een A-tje zullen worden op de toetsen van het leerling volgsysteem, en misschien altijd wel onder de middenmoot zullen scoren, kunnen wel een eersteklas prestatie op de tafels leren neerzetten. En juist zij hebben die kennis hard nodig.

De training zoals ik die beschreef is op het oog weinig speels. De kinderen pennen zich suf op vele rijtjes sommen. Toch vinden de meesten dit geweldig leuk. Waarom? Omdat het spannend is. Kinderen houden nu eenmaal van wedstrijdjes. Je krijgt 210 seconden om een prestatie in neer te zetten die – zo hoop je – beter zal zijn dan de vorige. Als je meer hebt ben je trots. Het valt me telkens weer op hoe blij kinderen kunnen zijn met hun zelf verdiende stickers en diploma’s. Verwende jeugd? Niet als het aankomt op getuigenissen van hun kunnen. Daarmee worden zeker kinderen die wat minder snel leren niet verwend.

Wat het voor de kinderen ook prettig maakt is de beheersbaarheid van de bewuste taak. Het gaat om honderd verschillende sommen; nooit meer en nooit minder. Ik merk dat kinderen dat dikwijls niet weten. Ze denken dat je zomaar vermenigvuldigingen uit de hoed tovert. Nee jongens, dit zijn ze. Meer hebben we er niet. Ga ze dus maar lekker leren.

De criteria voor de diploma’s en de banen van de vlag (of andere eretekenen) moeten helder zijn en van tevoren vast liggen. Dat geldt ook voor de rekentijd. Ik hanteer een vaste tijd van 3,5 minuut, omdat je daarin bij de gewenste snelheid alle 100 sommen kunt maken. Maar je zou ook 5 minuten kunnen geven, zodat de langzamen meteen al wat meer sommen maken. Met een tweezijdig bedrukt blaadje kunnen dan ook de snellerds nog lang vooruit. Wie in 5 minuten twee kantjes van 100 sommen vol heeft zit op een tempo van 40 minuut en valt daarmee ver buiten de DLE-schaal. Toch heb ik ze wel gehad, ook in het Speciaal Onderwijs, die zulke prestaties wisten neer te zetten. Zo herinner ik me de kleine fanatieke Steven van De Kaap, die na de tweede

les glunderend kwam melden: ‘Juf, dit vind ik leuk’. Steven begon zwak maar eindigde als kampioen van de trainingsgroep (twee sterren!) en tweede in zijn klas. En dan waren er die twee kinderen in het speciaal basisonderwijs, Orfina en Conan. Orfina spreekt me daar nog soms over aan: ‘Ik was de snelste met delen, hè juf.’ En dat was ze. Orfina schreef in 3,5 minuut foutloos twee kantjes deelsommen vol – een seconde per som. Ze deed dat rustig, anders dan haar klasgenoot Conan die, woest werkend, de spectaculaire score van 215 sommen haalde. ‘Dat kán helemaal niet Conan, zo snel’, riep juf Ida, die zelf een keer zelf had meegedaan en toen bijna 200 had gehaald. Conan glimmen natuurlijk. Hij was bepaald geen briljante rekenaar, maar dit kon hij beter dan de anderen en dat was leuk voor hem.
Een collega psycholoog vertelde me ooit dat zijn zoon er een eenvoudige leertheorie op nahield, namelijk ‘je kunt het of je kunt het niet.’ Ik vermoed dat veel kinderen er impliciet zo over denken. Het is nuttig als ze ervaren dat je jezelf bepaalde kunnens kunt bijbrengen. Als zoiets lukt, dan geeft het zelfvertrouwen.

Tenslotte. De methode die ik hanteer heb ik niet zelf bedacht. De kern ervan heb ik overgenomen van de juf bij wie mijn zoon in de tweede klas zat. (Jawel, zo lang geleden is dat al.) Dit was een heel leuke juf, bij wie de kinderen een geweldige tijd hadden. Veel gezang, veel opvoeringen, en dus ook die tafels. Eerst haalde je je A, door ze binnen 2,5 minuut achter elkaar op te zeggen. Dan ging je door voor je B: de tafelsommen door elkaar in 3,5 minuut. Alle kinderen haalden dat schooljaar hun diploma of diploma’s , op een moeilijk lerende jongen na. Juf Viola gaf niet op. Ze bleef oefenen met Patrick, ook toen hij al in de derde bij een andere onderwijzer zat. Tenslotte kwam het mooie moment dat Patrick voor de hele klas zijn kunsten kon vertonen. Ik herinner me nog goed dat mijn zoon dat vol bewondering vertelde: Patrick kende de tafels en hij was nu sneller dan iedereen! De hele klas had geklapt omdat hij zo snel was. Zo stelde Juf Viola dus een voorbeeld.

Bronverwijzingen

Dehaene, S. (1997). *The Number Sense*. Oxford: Oxford University Press.

Dehaene, S., M. Piazza, Ph. Pinel, & L. Cohen (2003) Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology, 20*, 487—506.

Goffree, F. (1994). *Wiskunde & didactiek 1* (vierde druk). Groningen: Wolters-Noordhof.

Heege, H. Ter (1985). *Tafels leren*. Enschede: SLO.

Treffers, A. & K. Buijs (1999). Rekenen tot 100. In: Treffers, A., M. van den Heuvel-Panhuizen & K. Buijs (red.*). Jonge kinderen leren rekenen*. Groningen: Wolters-Noordhoff.

Van den Heuvel-Panhuizen M. (2003). The learning paradox and the learning miracle: thoughts on primary school mathematics education. *Journal fur Mathematik-Didaktik, 24(2),* 96-121.

Vos, T. De (1992). *Tempo-test rekenen*. Nijmegen: Berkhout Nijmegen B.V.

Wereld in Getallen delen 5A en 5B. Den Bosch: Malmberg.

Met dank aan leerkrachten en leerlingen van de openbare basisscholen Et Buut in Zaandam, en de Dapperschool, De Kaap, de Kraal en sbo-school Het Spectrum in Amsterdam. Dank ook aan het stadsdeel Oost-Watergraafsmeer.