BREDEWEG 13 1098 BL AMSTERDAM 020 6680776 REKENEN@XS4ALL.NL

Rekenprobleem of dyscalculie?

Marisca Milikowski

Psychonomielezing
Psychologie, Universiteit van Amsterdam
20 oktober 2005

Psychonomielezing 20 oktober 2005
Psychologie UvA

Rekenprobleem of dyscalculie?

Marisca Milikowski

Abstract:

Moeten we dyscalculie zien als een rekenprobleem, of als een stoornis in de representatie van aantal? Is rekenachterstand een adequaat diagnostisch criterium of moeten we het probleem zoeken op een basaler niveau, namelijk dat van de getalsverwerking? In onderstaand verhaal breek ik een lans voor de tweede benadering. Dyscalculie is in deze optiek een stoornis in de semantische verwerking van eenvoudige numerieke informatie.

Ik ga het hebben over dyscalculie: wat moeten we daaronder verstaan en hoe uit het zich.Het wordt overwegend een theoretisch verhaal, dat ik wil inleiden met wat observaties uit de praktijk. Ik werk al een aantal jaren met moeilijk rekenende kinderen, de laatste twee jaar in het sbo. Sbo-scholen zijn verzamelplaatsen voor kinderen met forse leer- en gedragsproblemen. Er is daar meer ADHD, meer autisme (PDD NOS) dan elders, en de problemen komen daar zelden alleen. Gemiddeld is de intelligentie laag, evenals het bereikte rekenniveau.
Is er ook meer dyscalculie? Dat zou ik zo niet durven zeggen. Het hangt af van de criteria die je aanlegt, en die worden weer bepaald door hoe je denkt dat het verschijnsel in elkaar steekt.
Dus: wat is dyscalculie.

In de Nederlandse literatuur kennen we tot dusver voorzover ik weet maar een definitie.Die wordt gegeven in het eind vorig jaar (2004) verschenen boek *Rekenproblemen en dyscalculie* van Ruijssenaars, Van Luit en Van Lieshout (p.28).
Onder het kopje: *Ernstige rekenproblemen: dyscalculie* staat de volgende definitie:

Dyscalculie is een stoornis die gekenmerkt wordt
door hardnekkige problemen met het leren
en vlot/accuraat oproepen/toepassen
van reken-/wiskundekennis (feiten/afspraken).

Wat staat hier nu eigenlijk? Hier staat: dyscalculie is een stoornis die gekenmerkt wordt door hardnekkige rekenproblemen. Dat lijkt me in het licht wat we nu weten een beetje mager.
En ik wil uitleggen waarom.

Ik begin met wat observaties (zie ook Milikowski 2005). De kinderen met wie ik werk zijn, binnen de school, meestal de domsten niet. IQ's in de normal range - dus 85 of meer. Lezen is wel in orde. Ze krijgen extra les omdat ze op rekenen *relatief* onderpresteren. En dat is een probleem, omdat ze *eigenlijk* VMBO kinderen zijn, en geen praktijkonderwijs kinderen. Maar om op het gewone VMBO te komen moet je een DLE (didactische leeftijdsequivalent) van rond de 36 hebben. En dat dreigen sommigen niet te halen. Dus: we proberen iets extra's aan het rekenen te doen.
Nu heb ik weer zo'n groepje van 8 kids in de hoogste klas. 12 jaar, soms al bijna 13. In die extra lessen probeer ik aan te knopen bij de toetsen van het Cito leerling volgsysteem. In de DLE-range waarin zij zitten komen veel sommen voor over de getallenlijn. Daarop moet je getallen kunnen lokaliseren, bij wisselende intervallen. Onlangs had ik de volgende oefening gemaakt:

0 I--I 10
0 I--I 100
0 I--I 200
0 I--I 1000

We nemen eerst een voor een de lijnen door. Kijk, deze loopt van 0 tot 10. De volgende loopt van 0 tot 100, enzovoort. Wat ik wil weten van de kinderen is, voor elke lijn, het getal in het midden. Dus - zeg ik erbij - wat is de helft van 10, de helft van 100, enzovoort.
Twee van de 8 weten meteen de helft van 10. Juist. En ze weten ook waar die 5 moet staan: in het midden van de lijn. So far so good.
En nu: de helft van 100. Er wordt gezwegen. Welk getal zit in het midden? Ze weten het niet. 200? Oppert er een. 90? 10?

We hebben deze opgaven samen opgelost. Ze schreven de goede getallen keurig op, met streepjes netjes in het midden. Ik heb ze het document mee naar huis laten nemen om nog eens goed te bestuderen. De volgende keer weer gevraagd en ze hadden het onthouden. Want onthouden van *specifieke informatie* lukt vaak wel.

Vb 2. Ander voorbeeld: Amal. Amal (12) zat in groep 7 van het reguliere basisonderwijs. Met taal was niks mis, met vakken als aardrijkskunde en geschiedenis ook niet. Maar rekenen lukte niet, ook makkelijke sommen niet, als ze probeerde ze uit het hoofd te maken. 5 + 2 = 8, schreef Amal dan. 8 + 3 = 10. Als ik zei: denk even rustig na, telde ze het uit en verbeterde ze het. Maar een som als 40 - 37 lukte totaal niet. Daar kwam - uit haar hoofd - 17 uit. Dit kun je een ‘bug’ noemen (4-3=1, 7-0=7, wordt 17), maar iemand die 37 en 40 kent in termen van hun *waarde* (de betekenis dus) maakt die fout niet. ‘Vind je dat niet een beetje veel?’ vroeg ik Amal. Hoezo *veel*. Ik bedoel: 17, vind je dat niet veel voor het verschil tussen 40 en 37. Amal snapt niet wat ik bedoel. 40 en 37, zo lijkt het, zijn voor haar geen waarden maar een soort *spreuken* die je tegenkomt tijdens het tellen.

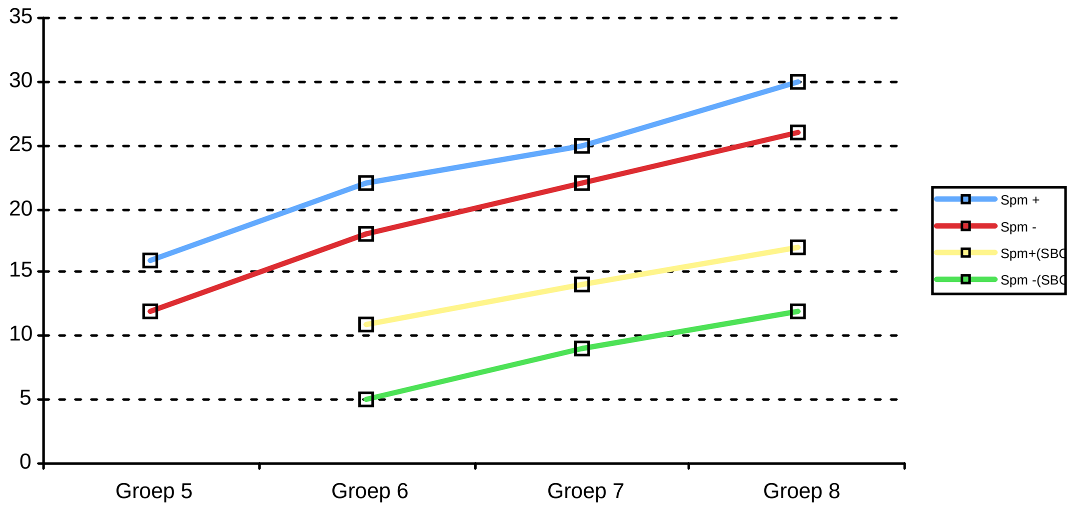
Vb 3. Derde voorbeeld: Soraya. Een meisje van 11 dat behoorlijk kon leren, prima kon lezen (ze verslond de Harry Potters in hoog tempo) maar niet kon rekenen. Wat mankeerde er dan aan?
Ik merkte al gauw dat ze getallen niet kon onthouden als ik ze noemde. ‘Wat zei je ook weer? 64. O ja. Ze staarde ingespannen in de lucht. ‘Mag ik het opschrijven?’ Dat mocht. Maar waarom was dat nodig? *‘Als ik ga denken over een getal dan wordt het paars in m’n hoofd. Ik denk en ik denk en dan komt er een rookwolk en dan zie ik het niet meer’.* Daarom telt ze op haar vingers, of door kruisjes te zetten op papier. Zo houdt ze greep op de betekenis.

Deze observaties dus ter introductie. Dit zijn gedragingen van kinderen die ik dyscalculisch zou willen noemen. Het probleem zit hem niet in de moeilijke sommen. Ze worstelen met de meest basale evidenties. Brian Butterworth (1999) vertelt van een man - een afgestudeerd psycholoog - die niet kon zeggen wat groter was, 3 of 7, zonder het uit te tellen. Na 20 jaar onderwijs zeiden die begrippen hem nog altijd niets.

Numberfacts

Ik neem jullie nu mee naar het verschijnsel dat in Angelsaksische literatuur de kennis van de ‘numberfacts’ wordt genoemd. In Nederland spreken we van de basiscombinaties. Het gaat daarbij om 4 x 100 combinaties van de getallen 1 tot en met 10. Dus 1+1 tot en met 10+10, 2-1 tot en met 20-10, 1x1 tot en met 10x10, en 1:1 tot en met 100:10.
Deze basiscombinaties moeten steeds vlotter gemaakt kunnen worden. Immers: ze komen telkens opnieuw terug, in allerlei gedaanten. Ze zijn de bouwblokken van ons rekensysteem. En die ontwikkeling naar ‘steeds vlotter’ - ofwel sterker geautomatiseerd - kenmerkt inderdaad de prestaties van de doorsnee leerling.
Hoe het leerproces verloopt illustreer ik hier aan de hand van de prestaties van leerlingen uit de groepen 5 tot en met 8 van drie grote basisscholen: twee scholen voor regulier basisonderwijs, en een school voor speciaal basisonderwijs.
Ik richt me hier op de plus en de min. Op de onderstaande afbeelding staan de mediaanscores van de leerlingen uit de groepen 5, 6, 7 en 8, uitgedrukt in aantal sommen per minuut (spm; zie ook Milikowski, 2004).

Figuur : Ontwikkeling rekentempo op twee scholen voor basisonderwijs (bao, twee bovenste lijnen) en een school voor speciaal basisonderwijs (sbo, twee onderste lijnen).



In de figuur zie je hoe de combinatievaardigheid zich normaal gesproken ontwikkelt: er is sprake van een gestage versnelling. De plussommen gaan sneller dan de minsommen. Het sbo loopt drie jaar achter bij het bao.
In de tabel hieronder geef ik de mediaanscores nog eens in cijfers:

SBO	Spm +	Spm -
Groep 6	11	5
Groep 7	14	9
Groep 8	17	12
BAO	Spm +	Spm -
Groep 5	16	12
Groep 6	22	18
Groep 7	25	22
Groep 8	30	26

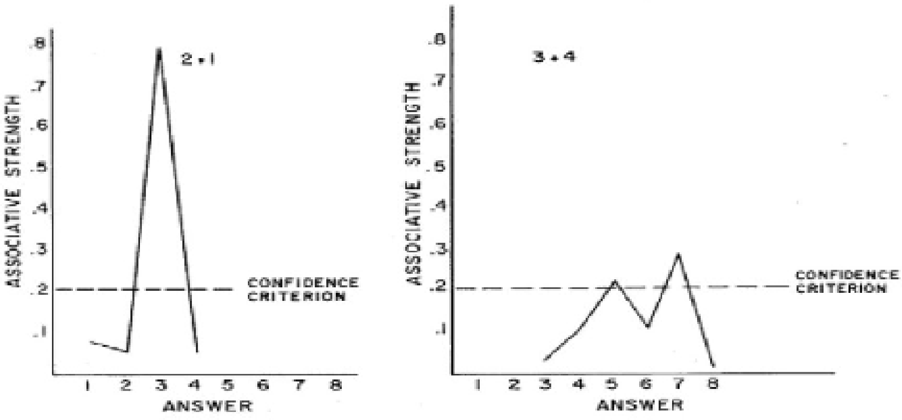
<u>Proces van versnelling en automatisering</u>
De versnelling van de oplostijd gaat in fasen.

- versnelling van het tellen
- bekorting van het tellen - tussenstappen, met gebruik van wat je al weet.
- retrieval - een 1 stapsproces.

Die ontwikkeling naar ‘retrieval’ verschilt per kind, en per som. Kleine sommen 2+2, 3+1 eerst - grote (8+9) later of misschien wel nooit.

Hoe komt dit automatisme tot stand?

De onderstaande afbeelding van het proces is overgenomen uit Siegler & Schrager, 1984.
Over de grafiek: op de horizontale as staan de getallen. Op de verticale as staat de kans die deze getallen maken om uitgekozen te worden als antwoord. Die kans staat in het model voor de associatieve sterkte tussen som en uitkomst. De invulling van de grafiek verschilt dus per persoon en per som. Siegler veronderstelt verder dat we bij de responsselectie een betrouwbaarheidscriterium hanteren. Hoe hoog dat ligt kan per persoon verschillen)



Volgens Siegler - die ons het standaard model heeft geleverd - wordt door herhaald uittellen de associatieve band tussen som en antwoord steeds sterker en betrouwbaarder. Is de distributie van associaties voldoende gepiekt, zoals bij de opgave 2+1 het geval is, dan hoef je niet meer te tellen of na te denken, dan weet je het gewoon.

Maar niet iedereen ontwikkelt van die gepiekte associaties.
Al in 1984, in een onderzoek van Russel & Ginsburg, viel op dat kinderen die als MD werden betiteld - *math disabled*, serieus rekenprobleem - opvallend veel problemen hadden met *juist* deze numberfacts. Russel & Ginsburg hadden als hypothese dat de ontwikkeling van het rekenen bij MD kids net zo verloopt als bij de doorsnee leerling - alleen iets langzamer. Dus vergeleken zij zeer zwakke rekenaars uit groep 6 met zowel leeftijdgenoten (gecontroleerd voor IQ), als met kinderen van een jaar jonger (groep 5).
Resultaat: de auteurs kregen gelijk, *behalve* op het onderdeel ‘numberfacts’.
Daarop scoorden de MD kids significant lager dan jongere kinderen van overigens hetzelfde rekenniveau. Het proces van gepiekte associatievorming liet het kennelijk afweten.

Dit specifieke verschilpunt - retrieval versus non-retrieval bij kleine sommen - is de afgelopen jaren heel precies in kaart gebracht door de Noorse onderzoeker Ostad. Hij vergelijkt, in een serie longitudinale studies, de ontwikkeling van het oplosproces bij kinderen met langdurige rekenmoeilijkheden met normaal rekenende leeftijdgenoten (Ostad 1999).

Zijn bevindingen zijn:

a) Kinderen met aanhoudende rekenproblemen blijven sommen als 4+5 en 9-4 gedurende hun hele basisschool loopbaan *uittellen*. Van de ontwikkeling naar retrieval is bij hen geen sprake.
b) De *manier* van uittellen verandert niet en blijft steken op het meest elementaire niveau.

Het gaat in de onderzoeken Ostad om zo'n tien procent van de basisschoolleerlingen. Volgens hem verschilt hun rekenontwikkeling *kwalitatief* van die van normaal rekenende leeftijdsgenoten.

De volgende tabel is afkomstig uit Ostad, 1999.

Percentages (%) retrieval bij eenvoudige aftreksommen.

	Groep 3		Groep 5		Groep 7		Brugklas	
%	MN	MD	MN	MD	MN	MD	MN	MD
Retrieval	1	0	12	1	21	1	42	1

(MN = mathematically normal, MD = mathematically disabled)

Uit de tabel blijkt dat de MD-kids helemaal niet retrieven. Ze tellen alles, altijd. Ze tellen ook niet flexibel, afhankelijk van de opgave. Ze tellen volgens een basaal patroon, dat niet verandert met de leeftijd.

<u>Verklaringen</u>
Wat is er met die mensen aan de hand?
In de rekenliteratuur vind je sinds jaar en dag vele verklaringen.
Twee groepen factoren:

- Didactische factoren (bv Tiemersma, 1963/64: weg met het telraam en de vingers)
- Individuele cognitieve factoren.

Dat laatste is een mer à boire. Zo zijn daar: *de* intelligentie in het algemeen, specifieke profielen op de WISC (verbaal-performaal discrepantie, nld), problemen met ruimtelijke functies, problemen met de toegang tot het lexicon, problemen met automatiseren in het algemeen, *het* lange duur geheugen, *het* korte duur geheugen, strategische inflexibiliteit, metacognitieve tekorten en nog veel meer.

Ik wil hier niet te lang bij stil staan.
Want volgens mij is er een betere kandidaat verklaarder.
En dat is: de kwaliteit, dus betrouwbaarheid, van de representatie van de getallen zelf. Daarmee bedoel ik: de automatische associatieve band tussen symbool (telwoord, cijfer) en de bedoelde hoeveelheid. Eigenlijk hetzelfde idee als bij Siegler, maar dan op een nog basaler niveau. Als die associatieve relatie tussen symbool en aantal niet stabiel is, of niet onderscheidend genoeg, hoe kun je dan verwachten dat hun combinaties (de number facts dus) dat wèl zullen worden? En: als die relatie tussen symbool en aantal niet associatief betrouwbaar is voor de gebruiker, wat kan die dan anders doen dan de bedoelde waarde uittellen?

<u>Getallensemantiek</u>
Laten we de blik dus eens richten op de semantische automatismen (het oproepen van de beoogde betekenissen) bij de getallen 1 t/m 9. Wat weten we daarvan?
Er zijn twee dingen die we zeer zeker weten. En dat is
1) Dat het herkennen van '9' meer werk is - meer tijd kost - dan het herkennen van '6'. Dit is het zgn *size effect*, volkomen betrouwbaar, altijd door iedereen gevonden. Dit zijn geen verschillen die je met het blote oog waarneemt, maar ze zijn er wel. Het duidt erop dat bij het snelle zoekproces naar de betekenis van een getal een *vorm* van tellen wordt gebruikt. (Zie Dehaene 1996, Fayol and Seron, 2005);
2) Dat het makkelijker is om de grootste aan te wijzen bij, bv, het duo 6 en 9, dan bij het duo 6 en 7. Dit is het even bekende en betrouwbare *distance effect*. Ook deze vergelijking gaat supersnel, maar toch: met goede meetapparatuur zie je een duidelijk verschil. Hoe kleiner de afstand, hoe moeilijker. Dit duidt op een snel vergelijkingssysteem dat schattenderwijs inzoomt op de waarden die door de twee cijfers worden aangeduid. Het zet de twee getallen om in wat je schaalposities zou kunnen noemen. Hoe groter het verschil, hoe makkelijker de opgave. Net als bij andere waarnemingstaken (wet van Weber).

Deze betrouwbare effecten worden al tientallen jaren onderzocht - en ook benut bij onderzoek naar het rekenen van volwassenen. Pas de laatste tijd wordt deze kennis ook gebruikt om te onderzoeken hoe automatismen in de semantische verwerking van getallen zich bij kinderen ontwikkelt (Girelli, Lucangeli, & Butterworth, 2000; Noël, Rousselle & Mussolin, 2005).

Hoe kun je dat doen?
Een automatisme is een onwillekeurige respons. Je kunt het niet uitzetten - het is een verplicht proces. Je bent dus op zoek naar de ontwikkeling van onwillekeurige semantische verwerking van getallen.

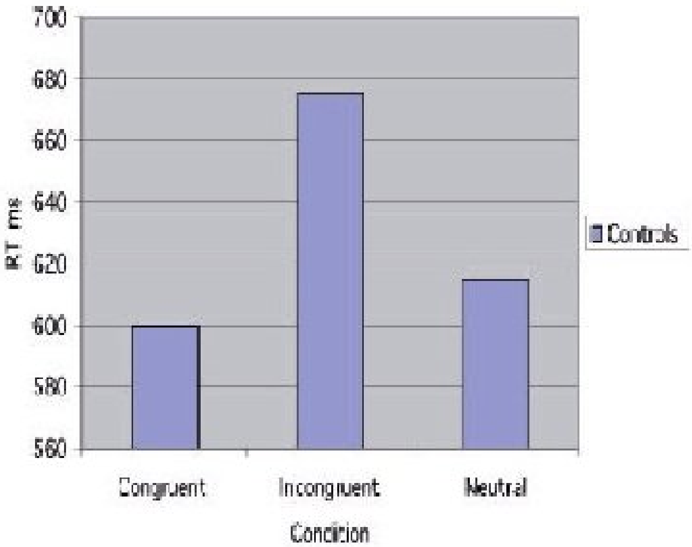
Nu is daar een mooi paradigma voor: de Strooptaak.
De bekendste is de kleurenstroop: benoem de kleur van de letters:

Congruent	Incongruent
Blauw	Rood

Voor mensen die vlot kunnen lezen is het lezen van ‘rood’ - terwijl je blauw moet zeggen - ‘verplicht proces’. Je kunt het niet uitzetten, hoewel het stoort bij het benoemen van de kleur van de letters: blauw. Die storing uit zich in een iets vertraagde respons. De reactietijd op de ‘congruente’ items is korter dan die op de incongruente items.
Deze techniek is de laatste jaren ook gebruikt om te kijken naar semantische automatismen in getalsverwerking.
Dat gaat zo:
Taak: Beoordeel de grootte van het lettertype (fysieke grootte). Welk van de twee *tekens* is groter:

Congruent	Neutraal	Incongruent
6 3	6 3	6 3

Bij volwassenen zie je dat mensen duidelijk last hebben van hun semantische automatismen: zes is groter dan drie, wat hen parten speelt in de incongruente conditie. Dit kun je zien op de volgende afbeelding, afkomstig uit Butterworth (2002).



Hoe en wanneer ontstaat dit semantische automatisme? Bij kinderen blijkt het zich in de eerste jaren van de basisschool te ontwikkelen. We mogen aannemen dat dit gebeurt onder invloed van het rekenen. Het duurt een tijdje voor de semantische respons snel genoeg is om de fysieke vergelijkingstaak te beïnvloeden. (zie Noël, Rousselle & Mussolin, 2005).

Dit leidt me tot de volgende hypothese:
Bij sommige mensen komt het semantische automatisme maar zeer langzaam - of nooit?- voldoende van de grond. Deze mensen leren niet vlot rekenen, eenvoudig omdat het hen ontbreekt aan automatische informatie over de waarde van de betrokken getallen. Dyscalculie is, zo beschouwd, een stoornis in de semantische verwerking van eenvoudige - basale - numerieke informatie.
De representatie waarmee het brein op de proppen komt bij het zien of horen van een getal is niet stabiel genoeg, of onvoldoende onderscheidend. Het is geen representatie waarop je blindelings kunt vertrouwen. Bij een dergelijk onbetrouwbaar signaal moet je wel tellen om achter de betekenis van een getal te komen. Hier zou net als bij dyslexie sprake kunnen zijn van een kleine aangeboren onvolkomenheid in de cognitieve architectuur die het vlot leren rekenen bij de meeste mensen mogelijk maakt. Ergens in de parietale cortex wordt niet leeftijdsadequaat met numerieke informatie omgesprongen (zie Dehaene et al, 2005).

In het pas verschenen Handbook of Mathematical Cognition betrekken Marie-Pascale Noël plus mede auteurs een vrijwel identieke stelling: het is aannemelijk dat dyscalculie het gevolg is van een 'basic dysfunction' in de representatie van numerieke grootte (Noël, Rousselle & Mussolin, 2005).

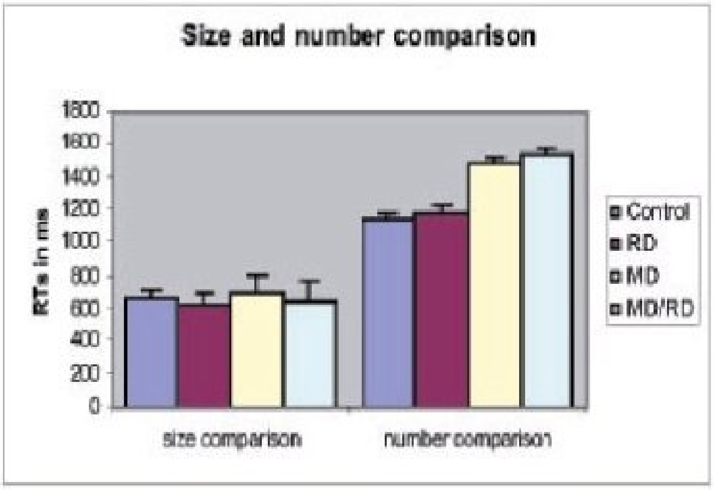
Deze benadering voorspelt:
- Ten eerste dat dyscalculie kan optreden zonder leerproblemen op andere gebieden. Dat wil zeggen: al die *algemene* verklaringen (intelligentie, logisch denken, korte duur en lange duur geheugen) slaan de plank mis. Het probleem zit hem puur in de numerieke info, die niet snel tot het vereiste format wordt verwerkt.
- Ten tweede dat dyscalculici van (even intelligente) normale rekenaars zullen verschillen op de meest basale numerieke taken, zoals tellen, en grootte vergelijken.

Eigenlijk net zoiets als met dyslexie: een kleine stoornis met grote gevolgen in een geletterde samenleving, maar geen algemeen leer- of intelligentieprobleem.

In een van de laatste nummers van Cognition rapporteren Landerl, Butterworth en Bevan (2004) een onderzoek dat empirische steun aandraagt voor deze benadering van dyscalculie. Zij laten zien dat kinderen (rond 9 jaar) met dyscalculie en ander informatieverwerkings profiel vertonen dan kinderen met dyslexie.

De dyslectici zijn vertraagd op woordverwerkingstaken; de dyscalculici niet. De dyscalculici zijn vertraagd op numerieke verwerkingstaken; de dyslectici niet. De numerieke verwerkingstaken die in dit onderzoek werden gebruikt zijn allemaal uiterst basaal: tellen tot 20 en terug; en eencijferige getallen vergelijken op grootte.

Op de afbeelding hieronder (uit Landerl et al 2004) zie je de reactietijden bij twee vergelijkingstaken: fysieke grootte (linker paneel) en numerieke grootte (rechter paneel). Er namen vier groepen kinderen deel. Van links naar rechts op de afbeelding: de controles, de Reading Disabled (dyslexie), Math Disabled (dyscalculie) en Reading plus Math Disabled (dyslexie en dyscalculie). De vergelijking op fysieke grootte laat geen verschil zien tussen de groepen. Daarin zijn ze even snel en bekwaam. Maar in de vergelijking op numerieke waarde zijn de twee Math Disabled groepen significant vertraagd.



Dit zijn belangrijke gegevens. Met dit onderzoek wordt voor het eerst empirische substantie wordt gegeven aan een specifieke theoretische stellingname.

Resumerend. Globaal zijn twee benaderingen van dyscalculie te onderscheiden. De eerste benadering is die van een 'ernstig rekenprobleem'. Zie de definitie van Ruyssenaars et.al. 2005. Binnen deze benadering wordt de oorzaak primair gezocht in meer algemene problemen met informatieverwerking, zoals intelligentietekort, begrip van regels, geheugenproblemen, ruimtelijke problemen e.d. De tweede benadering zegt dat we te maken hebben met een stoornis in de ontwikkeling van de verwerking van numerieke informatie. In deze lezing heb ik willen laten zien dat de tweede verklaring over goede theoretische papieren beschikt. Maar het onderzoek naar deze stoornis staat nog in de kinderschoenen.

Verwijzingen

Butterworth, B. (1999). *The Mathematical Brain*. London: Macmillan.

Butterworth, B. (2002). Screening for dyscalculia: a new approach. www.mathematicalbrain.com

Dehaene, S. (1997). *The Number Sense. How the mind creates mathematics*. Oxford: Oxford University Press.

Dehane, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2005). Three parietal circuits for number processing. In Jamie I.D.Campbell, Ed, *Handbook of Mathematical Cognition* pp 433-454.

Fayol, M. And Seron, X. (2005). About numerical representations: insight from neuropsychological, experimenta,l and developmental studies. In Jamie I.D.Campbell, Ed, *Handbook of Mathematical Cognition* pp 3-22.

Girelli, L., Lucangeli, D., & Butterworth, B. (2000). The development of automatici in accessing number magnitude. *Journal of Experimental Child Psychology 76*, 104-122.

Landerl, K., Bevan, A & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basis numerical capacities. *Cognition 93*, 99-125.

Milikowski (2004). Pleidooi voor de tafels.*www.rekencentrale.nl/*

Milikowski, M. (2005). Het mysterie van de dyscalculie. *Onderwijsblad 17*, 26-29.

Noël, M.-P., Roussele, L., and Mussolin, C (2005). Magnitude representation in Children. In Jamie I.D.Campbell, Ed, *Handbook of Mathematical Cognition* pp 197-197.

Ostad, S.A. (1999). Developmental progression of subtraction strategies: a comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *European Journal of Special Needs Education 14*, 21-36.

Russel, R.L. and Ginsburg, H.P. (1984). Cognitive analysis of children's mathematical difficulties. *Cognition and Instruction 1*, 217-244.

Ruijssenaars, A.J.J.M., J.E.H. van Luit en E.C.D.M. van Lieshout (2004). *Rekenproblemen en dyscalculie*. Theorie, onderzoek, diagnostiek en behandeling. Rotterdam, Lemniscaat.

Siegler, R.S. and Schrager, J. (1984). Stragegy choices in addition and subtraction: How do children know what to do? In C. Sophian, Ed., *Cognitive skills and their origin*, pp 229-293. Hillsdale NJ: Erlbaum.

Tiemersma, D. (1963-1964). Een nieuwe rekendidactiek 1 tm 5. *Tijdschrift voor Orthopedagogiek jaargangen 2 en 3*.